



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Atelier 1

Attractivité et différenciation

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Notre cahier des charges...

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Notre proposition...

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Que dit le programme?

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Mathématiques

Classe de seconde, enseignement commun

Que dit le programme?

L'élève doit être incité à s'engager dans une recherche mathématique, individuellement ou en équipe, et à développer sa confiance en lui. Il cherche, essaie des pistes, prend le risque de se tromper. Il ne doit pas craindre l'erreur, mais en tirer profit grâce au professeur, qui l'aide à l'identifier, à l'analyser et la comprendre. Ce travail sur l'erreur participe à la construction de ses apprentissages.



Mathématiques

Classe de seconde, enseignement commun

Que dit le programme?

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.



Mathématiques

Classe de seconde, enseignement commun

Que dit le programme?

Démontrer est une composante fondamentale de l'activité mathématique. Le programme identifie quelques démonstrations exemplaires, que les élèves découvrent selon des modalités variées : présentation par le professeur, élaboration par les élèves sous la direction du professeur, devoirs à la maison, etc.

Le programme propose un certain nombre d'approfondissements possibles, mais en aucun cas obligatoires. Ils peuvent permettre une différenciation pédagogique.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires en classe de seconde

Nombres et calculs

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.
- Pour une valeur numérique de a , la somme de deux multiples de a est multiple de a .
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Quels que soient les réels positifs a et b , on a

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

- Si a et b sont des réels strictement positifs,

$$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires en classe de seconde

Nombres et calculs

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.
- Pour une valeur numérique de a , la somme de deux multiples de a est multiple de a .
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Quels que soient les réels positifs a et b , on a

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

- Si a et b sont des réels strictement positifs,

$$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Géométrie

- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.
- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M .
- Relation trigonométrique $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ dans un triangle rectangle.
- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires en classe de seconde

Nombres et calculs

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.
- Pour une valeur numérique de a , la somme de deux multiples de a est multiple de a .
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Quels que soient les réels positifs a et b , on a

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

- Si a et b sont des réels strictement positifs,

$$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Géométrie

- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.
- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M .
- Relation trigonométrique $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ dans un triangle rectangle.
- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.

Fonctions

- Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, pour $x \geq 0$.
- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires en classe de première

Algèbre

- Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
- Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.
- Résolution de l'équation du second degré.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires en classe de première

Algèbre

- Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
- Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.
- Résolution de l'équation du second degré.

Analyse

- Équation de la tangente en un point à une courbe représentative.
- La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.
- Fonction dérivée de la fonction carré, de la fonction inverse.
- Fonction dérivée d'un produit.
- Calcul de $\sin \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{\pi}{3}$, $\sin \frac{\pi}{3}$.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Liste des démonstrations exemplaires en classe de première

Algèbre

- Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
- Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.
- Résolution de l'équation du second degré.

Analyse

- Équation de la tangente en un point à une courbe représentative.
- La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.
- Fonction dérivée de la fonction carré, de la fonction inverse.
- Fonction dérivée d'un produit.
- Calcul de $\sin \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{\pi}{3}$, $\sin \frac{\pi}{3}$.

Géométrie

- Formule d'Al-Kashi.
- Ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE





Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Exemple:

$\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Choix par le professeur d'une démonstration

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Choix par le professeur d'une démonstration

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.



Choix par le professeur d'une démonstration

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.
- $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$



Choix par le professeur d'une démonstration

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.
- $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$
- $3a = 10^p$



Choix par le professeur d'une démonstration

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.
- $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$
- $3a = 10^p$
- 10^p n'est pas un multiple de trois
- Absurde



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Identification par le professeur des obstacles



Identification par le professeur des obstacles

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est **décimal**.
- $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$
- $3a = 10^p$
- 10^p n'est pas un multiple de trois
- Absurde



Identification par le professeur des obstacles

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.
- $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$
- $3a = 10^p$
- 10^p n'est pas un multiple de trois
- Absurde

(Le raisonnement par l'absurde est supposé acquis.)



Identification par le professeur des obstacles

- Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.
- $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$
- $3a = 10^p$
- 10^p n'est pas un multiple de trois
- Absurde

(Le raisonnement par l'absurde est supposé acquis.)



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Choix du lissage en fonction des obstacles identifiés

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Choix du lissage

- Définition d'un nombre décimal
- Egalité de deux fractions (Produit en croix)
- Critère de divisibilité par 3



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Choix du lissage: Définition d'un nombre décimal

Prérequis:

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire $\frac{a}{10^p}$
avec a entier relatif et p entier naturel.

Lissage 1:

- Donner l'écriture décimale de $\frac{124}{100}$ (+)
- 12,567 est un nombre décimal.
Préciser les valeurs de a et p . (+)



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Choix du lissage:
Produit en croix

Prérequis:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si et seulement si } ad = bc$$

Lissage 3:

- $\frac{2}{3} = \frac{34}{51}$. Justifier (+)



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Choix du lissage:
Critère de divisibilité par 3

Prérequis:

Un nombre entier est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Lissage 2:

- Justifier que 2019 est divisible par 3. (+)
- 10^9 est-il divisible par 3? (+)
- 2019^{2019} est-il divisible par 3? (++)



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



La démonstration par le jeu du « pourquoi ? »

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



La démonstration par le jeu du « pourquoi ? »

Je suppose que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal.

Je dis qu'il existerait un entier relatif a et un entier naturel p tel que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$. Pourquoi ?

Je dis que 10^p serait un multiple de 3. Pourquoi ?

Je dis que c'est impossible. Pourquoi ?

Je conclus.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Documents de travail.

1/3 n'est pas décimal.

Disjonction des cas. Calais.

Racine(a+b). Calais. Prof.

Racine(a+b). Calais. Prof&Elèves

Disjonction des cas. Boulogne. Prof.

Disjonction des cas. Boulogne. Prof&Elèves

Parité...

Dérivée produit

Racine(2) irrationnel



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Récapitulatif

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Travail de préparation:

Sur une démonstration donnée:

- Définir les obstacles à la compréhension de la démonstration
- En déduire les prérequis nécessaires
- Construire les activités de lissage

Déroulement de la séance:

1. Prérequis
2. Lissage
3. Démonstration - Jeu du pourquoi
4. Prolongements



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Retours d'expérience

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



BACCALAURÉAT
2021

Lissage

Question flash :

$\frac{1}{3}$ est un nombre décimal

-5 est pas un entier naturel

+4 est un entier naturel

3 est un entier naturel

0 est ~~pas~~ un entier naturel

6 est ~~pas~~ un entier naturel = 3

$\sqrt{25}$ oui = 5

L* (-5) oui non

4 : oui

3 : oui

0 : oui

$\frac{6}{2}$: ^{oui} non $\rightarrow \frac{6}{2} = 3$

$\sqrt{25}$: oui $\rightarrow \sqrt{25} = 5$

Droit à l'erreur...

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Lissage

L1. non pour -5 ✓
oui pour les autres

L2. $6/2 = 3$ et $\sqrt{25} = 5$ ✓

L2. oui pour -5 ✓, 4 ✓, 3 ✓, 0 ✓, $\frac{6}{2}$ ✓, $-\sqrt{25}$ ✓
non pour $1,4$ ✓ et $0,99$ ✓

L5. $-194 = \frac{194}{10^2}$ ✓

$7 = \frac{700}{10^2}$ ✓

L6. oui car 45 est ~~après~~ divisible par 3 ✓
oui -9 est divisible par 3 ✓



Le jeu du pourquoi

Obj: montrer que $\frac{1}{3}$ n'est pas décimale

	Ph?
1) Je suppose que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal	on veut raisonner par l'absurde. on va chercher une contradiction
2) Je dis qu'il existe un entier relatif a et un entier naturel n tel que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$	PR3 car on a supposé $\frac{1}{3}$ décimale.
3) Je dis que 10^n serait un multiple de 3	PR5. $1 \times 10^n = 3 \times a$ $10^n = 3 \times a$ <i>m entier</i>
4) Je dis que c'est impossible	PR4: $10^n = 100\dots0$ La somme des chiffres sera 1, n'est pas de la table de 3
5) Je dis que c'est fini	On a trouvé une contradiction donc $\frac{1}{3}$ n'est pas décimale



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Avis des élèves

C'était bien, mais sans les prérequis, je pense que je n'aurais pas réussi toutes les questions

Ça m'a plu mais je n'est pas tout compris

Mon sentiment: J'ai compris le début mais la fin non, je ne comprends pas à quoi ça va mais servir dans les prochains programmes.

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Avis des élèves

Je pense avoir à peu près compris ce que nous avons fait

c'était bien et enrichissant

Cela demande de la logique

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Avis des élèves

Ressenti : J'ai apprécié ce n'était pas très compliqué, sauf le dernier programme qui est un peu plus compliqué mais pas impossible

C'est bien, mais sans les aides (PR1...) je pense que c'est plus difficile à faire



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Bilan: Le cahier des charges est rempli

Réforme du Lycée

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Proposer des exercices de « lissage »

Les élèves cherchent seuls,
produisent, expérimentent...

Le professeur circule, repère,
diagnostique...

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.



Suivi d'un temps de dialogue, échanges, verbalisation → Synthèse du lissage

Les élèves participent...

Le professeur anime/provoque le débat

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Démonstration avec le jeu du pourquoi

Les élèves participent...

Le professeur avance les éléments
de démonstration
anime/provoque le débat

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Prolongement avec différenciation

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage :

- les temps de recherche, d'activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d'échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.

Rendre les
maths
attractives

Oser s'engager
dans une
démarche
mathématique



Région académique
HAUTS-DE-FRANCE



Suppléments:

Byrne.

Ressources pour le college. Raisonnement et démonstration.

Programme de seconde.

Programme de première générale.

Programme cycle 4.