L’objectif des activités qui suivent est d’étudier une démonstration de la proposition suivante.

Quels que soient les nombres réels strictement positifs a, b, on a, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Lissages. Traiter les exercices suivants en respectant les priorités (+ indispensable puis ++ et +++).

Lissages	L1	L2	L3	L4	L5	L6
+=indispensable ++=confirmé +++=ultime	+	+	+	++	++	+++

- **Lire attentivement les trois prérequis.**
- **Compléter directement le polycopié.**

Prérequis.

- Quels que soient les nombres réels x, y, on a $\boldsymbol{(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy}$. $(\boldsymbol{PR1})$
- Quel que soit le nombre réel positif L, quel que soit le nombre réel positif l. **Si** $\boldsymbol{L^2 > l^2}$ **alors** $\boldsymbol{L > l}$. $(\boldsymbol{PR2})$
- Quel que soit le nombre réel positif x, $\boldsymbol{\left(\sqrt{x}\right)^2 = x}$. $(\boldsymbol{PR3})$

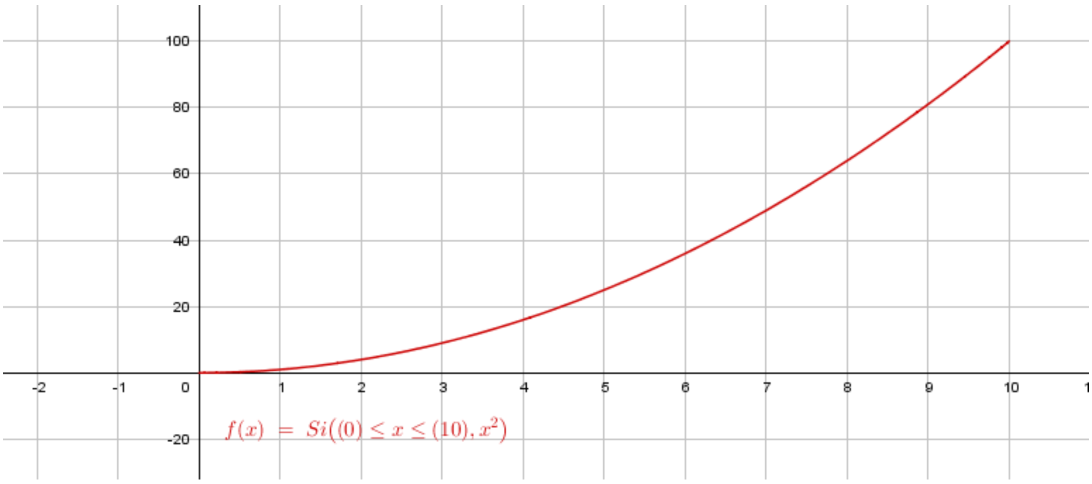
L1. Appliquer le $(PR3)$ en remplaçant simplement x par 5 (autrement dit, en utilisant l’affectation : $x \leftarrow 5$).

L2. Appliquer le $(PR1)$ en remplaçant simplement x par 1 et en laissant y quelconque (autrement dit, en utilisant les affectations suivantes : $x \leftarrow 1, y \leftarrow y$).

L3. Appliquer le $(PR1)$ avec les affectations suivantes : $x \leftarrow \sqrt{2}, y \leftarrow 3$.

L4. Appliquer le $(PR1)$ avec les affectations suivantes : $x \leftarrow \sqrt{2}, y \leftarrow \sqrt{3}$.

L5. Illustrer le $(PR2)$ à l’aide de la courbe ci-dessous.



L6. Illustrer le $(PR2)$ à l’aide d’une figure géométrique utilisant des carrés.

L'objectif du jeu du pourquoi est de démontrer la proposition suivante.

- Quels que soient les nombres réels strictement positifs a, b, on a, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Prérequis.

- Quels que soient les nombres réels x, y, on a $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$. $(PR1)$
- Quel que soit le nombre réel positif L, quel que soit le nombre réel positif l. Si $L^2 > l^2$ alors $L > l$. $(PR2)$
- Quel que soit le nombre réel positif x, $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$. $(PR3)$

Le jeu du pourquoi. Niveau standard.

Quels que soient les nombres réels strictement positifs a, b.

Je dis que $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 + \left(\sqrt{b}\right)^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b}$. Pourquoi ?

Je dis que $\left(\sqrt{a}\right)^2 + \left(\sqrt{b}\right)^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} > \left(\sqrt{a}\right)^2 + \left(\sqrt{b}\right)^2$. Pourquoi ?

Je dis que $\left(\sqrt{a}\right)^2 + \left(\sqrt{b}\right)^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} > a + b$. Pourquoi ?

Je dis que$\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 > \left(\sqrt{a+b}\right)^2$. Pourquoi ?

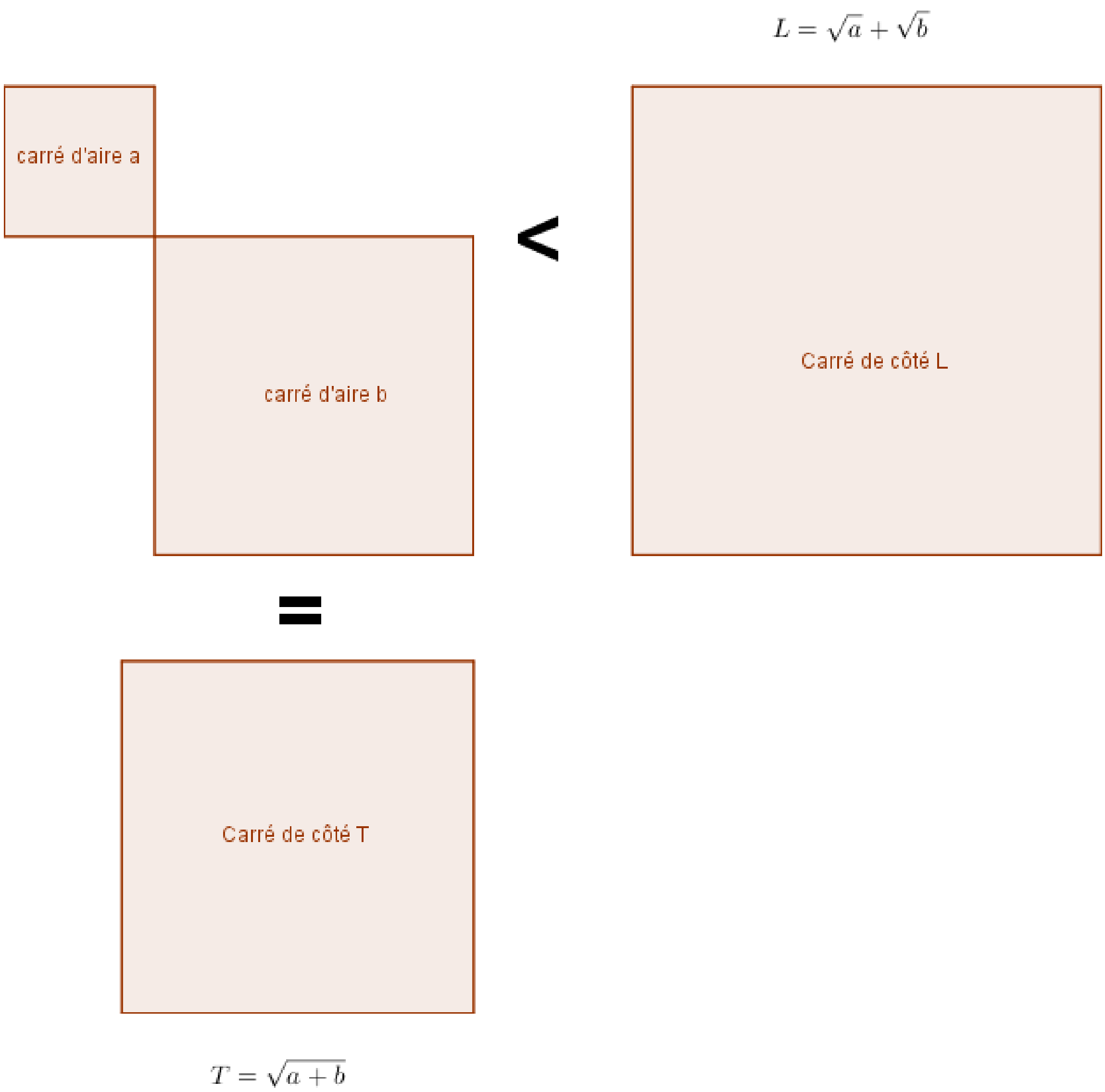
Je dis que $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$. Pourquoi ?

CQFD. Pourquoi

Pour aller plus loin.

Le jeu du pourquoi. Byrne édition.

Je dis que $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$. Coder la figure suivante et dire pourquoi ?



Le jeu du pourquoi. Niveau confirmé.

Quels que soient les nombres réels strictement positifs a, b.

Je dis que $(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+2\sqrt{a}\sqrt{b}>a+b$. Pourquoi ?

Je dis que$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{a+b})^2$. Pourquoi ?

Je dis que $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$. Pourquoi ?

CQFD. Pourquoi

Le jeu du pourquoi. Niveau Ultime.

Quels que soient les nombres réels strictement positifs a, b, on a, $\sqrt{a+b}<\sqrt{a}+\sqrt{b}$. Pourquoi ?