

L'objectif des activités qui suivent est d'étudier une démonstration de la proposition suivante.

$$\frac{1}{3} \text{ n'est pas un nombre décimal.}$$

Lissages. Traiter les exercices suivants en respectant les priorités (+ indispensable puis ++ et +++).

Lissages	L1	L2	L3	L4	L5	L6
+=indispensable						
++=confirmé	+	+	+	+	+	++
+++=ultime						

- **Lire attentivement les quatre prérequis.**
- **Compléter directement le polycopié.**

Prérequis.

- Un nombre d est dit décimal s'il est possible de l'écrire sous la forme $\frac{a}{10^p}$ avec a entier relatif et p entier naturel. (PR1)
- Critère de divisibilité par 3. Un nombre entier est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est un multiple de 3. (PR2)
- Produit en croix. Pour tous entiers relatifs non nuls, on a l'équivalence suivante.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si et seulement si } ad = bc. \text{ (PR3)}$$

L1. Le nombre $d = 12,567$ est décimal. Utiliser le (PR1), et préciser les valeurs prises par a et par p .

L2. Donner l'écriture décimale de $\frac{124}{100}$. On illustre ainsi le (PR1), quelles sont les valeurs prises par d par a et par p ?

L3. Utiliser le (PR2) pour :

- Justifier que le nombre entier 2019 est divisible par 3 ;
- Dire si le nombre 10^9 est divisible ou non par 3 ;

L4. Utiliser le (PR2) dit « du produit en croix » pour justifier l'égalité suivante.

$$\frac{2}{3} = \frac{34}{51}$$

L5. Une énigme.

- Dire si le nombre 2019^2 est ou non un multiple de 3. Justifier.
- Dire si le nombre 2019^{20} est ou non un multiple de 3. Justifier.
- Dire si le nombre 2019^{201} est ou non un multiple de 3. Justifier.
- Dire si le nombre 2019^{2019} est ou non un multiple de 3. Justifier.

L'objectif du jeu du pourquoi est de démontrer la proposition suivante. On utilisera un raisonnement par l'absurde.

$\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

Prérequis.

- Un nombre d est dit décimal s'il est possible de l'écrire sous la forme $\frac{a}{10^p}$ avec a entier relatif et p entier naturel. (PR1)
- Critère de divisibilité par 3.
Un nombre entier est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est un multiple de 3. (PR2)
- Produit en croix.
Pour tous entiers relatifs non nuls, on a l'équivalence suivante.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si et seulement si } ad = bc. (PR3)$$

Le jeu du pourquoi. Niveau standard.

Je dis que le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal. En effet :

Utilisons un raisonnement par l'absurde et supposons que le nombre $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal. Alors, il existe deux nombres entiers naturels a et p tels que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$. Pourquoi ?

Je dis que $10^p = 3 \times a$. Pourquoi ?

Je dis que 10^p est un multiple de 3. Pourquoi ?

Je dis que c'est absurde. Pourquoi ?

CQFD. Pourquoi

Le jeu du pourquoi. Niveau confirmé.

Je dis que le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal. En effet :

Utilisons un raisonnement par l'absurde et supposons que le nombre $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal. Alors, il existe deux nombres entiers naturels a et p tels que $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$. Pourquoi ?

Je dis que c'est absurde. Pourquoi ? CQFD.

Le jeu du pourquoi. Niveau Ultime.

Je dis que le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal. Pourquoi ?